

## XVII Seminario Nacional de Hidráulica e Hidrología

Sociedad Colombiana de Ingenieros  
Asociación Caucana de Ingenieros  
Universidad del Cauca  
Corporación Autónoma Regional del Cauca

Popayán, 15 y 16 de septiembre de 2006

### **Estimación de la conductividad hidráulica de arenas por medio de la distribución de tamaños de poros**

Leonardo David Donado Garzón

Ingeniero Civil, MIRH, Candidato a Dr.

Grupo de Hidrología Subterránea, UPC. Jordi Girona 1-3, Edificio C1, Oficina 007, 08034 Barcelona

URL: <http://www.h2ogeo.upc.es/ldonado>, Correo Electrónico: leonardo.david.donado@upc.edu

También: Profesor de la Escuela de Ingeniería Civil de la Universidad Industrial de Santander

Antes: Joven Investigador Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

Julio Esteban Colmenares Montañez

Profesor Asociado – Universidad Nacional de Colombia

Correo Electrónico: jecolmenaresm@unal.edu.co

**Resumen.** La conductividad hidráulica es el parámetro que indica la movilidad del agua subterránea. Es de difícil medición directa ya que presenta alto grado de incertidumbre tanto en su valores reales como en el fundamento de las teorías aplicadas ensayasen su medición. Se trabajó con tres arenas limpias, con tamaños entre medio y fino. Se realizó el estudio de la Distribución de Tamaños de Poros (PSD) como un indicador de la fábrica de los suelos por ser considerada una de las propiedades con menor variabilidad, y por tal motivo, un buen fundamento para plantear un modelo para estimar la conductividad hidráulica. La PSD fue medida con intrusión de mercurio, MIP, y ajustada mediante inferencia estadística a distribuciones de probabilidad. Para arenas uniformes, el mejor ajuste se logró para una distribución LOG-NORMAL, y para gradadas además de la LOG-NORMAL también se ajusta la distribución NORMAL, para un nivel de confianza del 95%. El modelo que mejor ajusta los valores de conductividad hidráulica es el de Childs and Collins – George (CCG).

**Palabras clave.** Conductividad hidráulica, distribución de tamaños de poros, porosímetro de intrusión de mercurio, inferencia estadística.

**Abstract.** Hydraulic Conductivity is a hydrogeological parameter that indicates the mobility of groundwater. The measurement of it is very hard in the laboratory and in the field, because it presents a high degree of uncertainty both in its real values and in its theoretical fundamentals of the lab experiments. The experimental stage was based on granular materials. It worked with three clean sands, with sizes between medium and fine. This project studied the Pore Size Distribution (PSD) as a soils fabric indicator. The soils fabric was considered one of the more stable parameters, and for this reason, a good basis for a hydraulic conductivity estimate. PSD was obtained with mercury intrusion, MIP, and fitted by means of statistical inference to probability distributions. Uniform sands got their best fit to a LOG-NORMAL distribution, and graded sand to NORMAL and LOG-NORMAL distributions, for a confidence level of 95%. The better hydraulic conductivity fit is achieved with the Child and Collins – George (CCG) model.

**Key words.** Hydraulic conductivity, pore size distribution, mercury intrusion porosimeter, statistical inference.

## 1. Introducción

La conductividad hidráulica es una propiedad muy importante de los medios porosos, que indica la movilidad del agua dentro del suelo y depende del grado de saturación y la naturaleza del mismo. La medición y estimación de la conductividad hidráulica es tema de constante investigación, dada la gran incertidumbre que arrojan los diferentes métodos de cálculo y medida. Una alternativa para representar los medios porosos son los modelos teóricos. Estos modelos también llamados abstractos [4], representan el sistema analizado en forma matemática y la operación del sistema se describe por medio de un conjunto de ecuaciones que relacionan las variables de entrada y de salida. Existen dos tipos de modelos teóricos: los determinísticos y los estocásticos. Entre los primeros se pueden citar el modelo de *Kozeny* y el modelo *Hagen-Poiseuille*; pero dado que el medio poroso natural es extremadamente desordenado y resulta muy difícil representarlo con modelos ordenados, consecuentemente se puede recurrir a conceptos probabilísticos que representen la aleatoriedad del suelo. Para alcanzar una descripción muy detallada se introduce alguna caracterización estadística de la matriz, como la distribución de tamaños de partículas (granulometría) y la distribución de tamaños de poros [3]. Este artículo presenta una metodología para la estimación de la conductividad hidráulica de arenas con base en mediciones de su distribución de tamaños de poros [9 y 10] ajustada mediante procesos de inferencia estadística [6]. En primera instancia se presenta todo el proceso de experimentación y finalmente la etapa analítica de la estimación de la conductividad hidráulica.

## 2. Experimentación

### 2.1 Selección del material

La estructura de poros de un suelo (tamaños, forma y distribución) es un elemento esencial en el estudio de la fábrica del suelo, pues es relevante para el estudio del comportamiento hidráulico y mecánico [5]. Además, el número, tamaño y continuidad de los poros controlan el almacenamiento y la conductividad del agua en el suelo. Para la estimación de la distribución de tamaños de poros existen varios métodos a saber: secado de agua, secado con líquidos no polares, secado con nitrógeno, métodos micrométricos como secciones delgadas y microscopía electrónica, y el de intrusión en el porosímetro de mercurio. Este estudio aborda la determinación de los tamaños de poros en suelos por medio de la intrusión de mercurio.

Se prepararon muestras de arenas medias a finas, para ser ensayadas en el porosímetro de intrusión de mercurio. Este ensayo determina el volumen de poros y su distribución de tamaños (PSD, por sus siglas en inglés, *Pore Size Distribution*). En los ensayos de medición de la PSD en el porosímetro de mercurio se determinó el tamaño de las partículas de los suelos teniendo en cuenta el intervalo de medición del aparato (de 0.0025  $\mu\text{m}$  a 100  $\mu\text{m}$ ). Para arreglos de arenas uniformes se seleccionaron arenas medias —retenida en el Tamiz No. 30— (ARENA MEDIA UNIFORME, AMU) y arenas finas —retenida en el Tamiz No. 100— (ARENA FINA UNIFORME, AFU). También se utilizó arena bien gradada entre estos dos tamaños (ARENA CON DIFERENTES GRADACIONES, ADG). La Fig. 1 ilustra las gradaciones de los suelos estudiados.

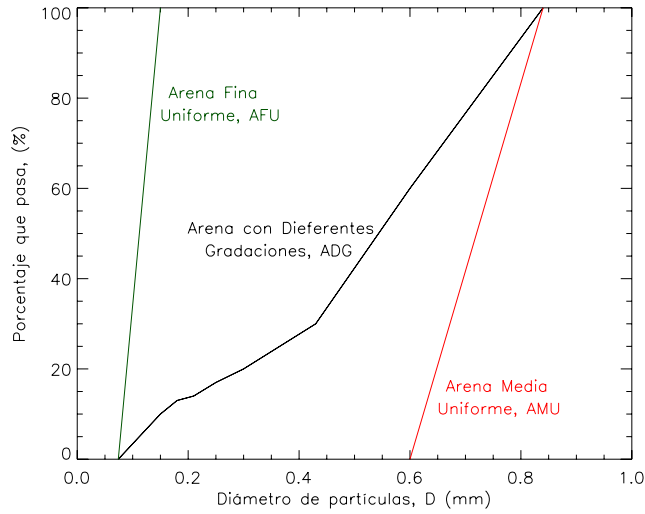


Fig. 1. Distribución de tamaños de partículas de los suelos seleccionados, [6]

Esta investigación contempló dos etapas de experimentación. En la primera se definieron las características básicas de los materiales utilizados y se midió la conductividad hidráulica saturada de los tres suelos definidos. En la segunda se estudiaron las distribuciones de tamaños de poros de estos tres tipos de suelos. Para la segunda etapa se realizaron diez (10) ensayos de porosimetría de mercurio (MIP) para cada una de las tres arenas analizadas. La Fig. 2 presenta las PSD obtenidas para las tres arenas por medio de MIP, mientras que la Fig. 4, las PSD extrapoladas de las curvas de retención de agua, CRA [1] mostradas en la Fig. 3. Se presume que su diferencia radica en que el agua moja y reacciona con el medio, mientras que el mercurio no.

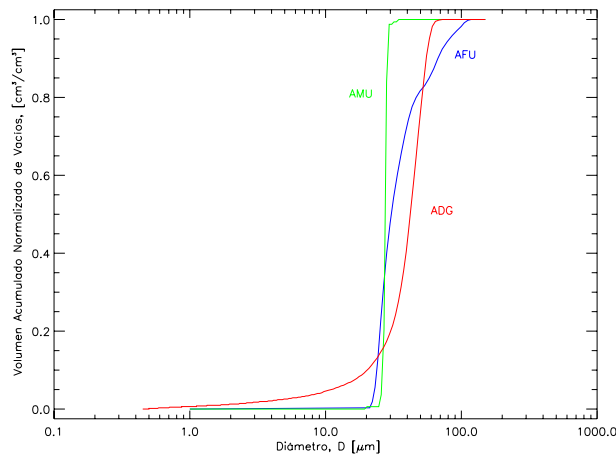


Fig. 2. Distribución de tamaño de poros a partir de MIP, [6]

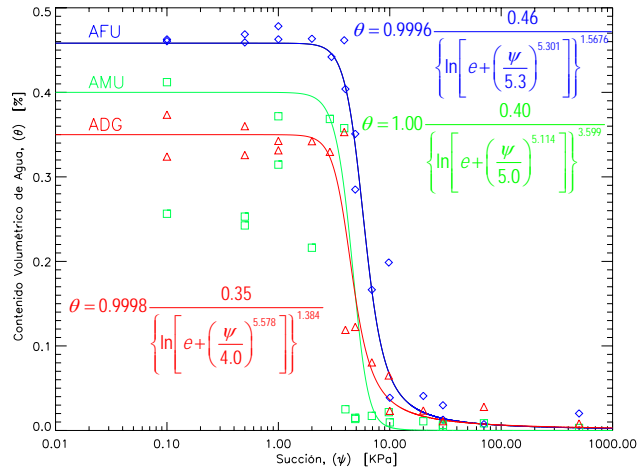


Fig. 3 Curva de Retención de Agua para las arenas estudiadas [2], [6]

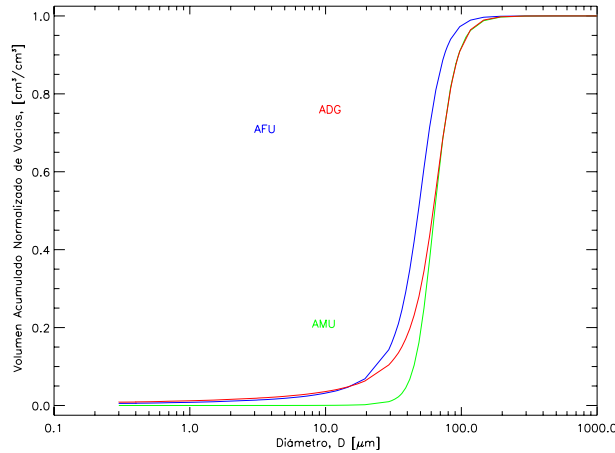


Fig. 4 Distribución de tamaño de poros a partir de CRA [6]

## 2.2 Conductividad Hidráulica Saturada

El valor de conductividad hidráulica saturada fue calculado utilizando el modelo de tubos capilares, empleando las curvas de retención obtenidas experimentalmente [1 y 2]. En la Tabla 1 se presentan los valores de conductividad saturada, obtenidos por diferentes métodos. El valor de  $K_s$  experimental, fue obtenido en el ensayo de permeabilidad en laboratorio. Los valores calculados por los dos métodos son similares, y en todos los casos se cumple la relación de orden entre los valores,  $K_s$  es mayor para la arena de grano medio que para la arena de diferentes tamaños de partícula, y a su vez es mayor que para la arena de grano fino. La diferencia de orden de magnitud entre el valor teórico y el valor experimental, puede deberse a la diferencia en las condiciones del flujo de agua a través de las muestras para los dos métodos. Durante el ensayo de permeabilidad, el flujo de agua posee una gran altura de presión, lo cual indica un valor alto de la velocidad de acuerdo con la ley de Darcy. El aumento de la velocidad, para este ensayo, en

contraste con las condiciones de la velocidad en los laboratorios para la obtención de la curvas de retención de humedad, podría ocasionar el lavado de las partículas más finas durante el ensayo de permeabilidad, lo cual haría aumentar el valor de la conductividad hidráulica saturada. Además, comparando estos valores, con los encontrados para las arenas de la base de datos UNSODA [11], se observa que en su mayoría son de mismo orden de magnitud, [2 y 3].

Tabla 1 Conductividad hidráulica saturada calculada por dos métodos [1 y 12]

	AFU	AMU	ADG
Porosidad (%)	46	40	35
Tortuosidad	0.62	0.76	0.54
Radio de poros predominante ( $\mu\text{m}$ )	23.74	30.58	30.58
$K_s$ (m/s) (Tubos capilares)	$3.0 \times 10^{-4}$	$4.1 \times 10^{-4}$	$3.8 \times 10^{-4}$
$K_s$ Experimental (m/s)	$2.0 \times 10^{-4}$	$4.4 \times 10^{-3}$	$2.3 \times 10^{-3}$

### 3. Predicción de la conductividad hidráulica

La predicción de la conductividad hidráulica se realizó utilizando las funciones de densidad de probabilidad que mejor se ajustaban a la distribución de cada arena [6]. Para tal fin se determinó el Parámetro de Tamaños de Poros (PSP), el cual es común en todos modelos presentados. Como su nombre lo indica es una función en forma integral que relaciona los tamaños de poros, con su densidad de existencia en cada arena. La Tabla 2 presenta los PSP que fueron evaluados. Este término es definido en [8]. El cálculo la conductividad hidráulica incluye tres factores. El parámetro de forma  $C_s$ , que es adimensional y es equivalente a  $1/32$  para tubos circulares en una dimensión o  $1/96$  para tubos circulares con flujo en las tres direcciones principales de flujo. El segundo es la fluidez, que es igual a  $\rho g / \mu$ , que tiene un valor de  $9.81 \times 10^9 \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$ , para agua a una temperatura de  $25^\circ\text{C}$ . Para fines prácticos este término es equivalente a  $1 \times 10^{10} \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$ . El tercer término es el PSP, que en varios modelos es afectado por la porosidad o la tortuosidad y tiene unidades de  $[\text{L}^2]$ , que en el sistema internacional son  $\text{m}^2$ . La ecuación (1) presenta de forma general esta expresión. Las dimensiones de  $K$  son  $[\text{L}] / [\text{T}]$ , y en SI se expresa en m/s.

$$K = C_s \frac{\rho g}{\mu} \text{PSP} \quad (1)$$

Se calculó la conductividad hidráulica para cada una de las posibles funciones de densidad de probabilidad de tamaño de poro y para cada tipo de arena. Para estos cálculos se usaron los parámetros empleados en todo el proyecto de investigación [1, 2, 6, 12 y 13]. Es conveniente recordar que del análisis de inferencia estadística, se concluyó que para ADG se ajustaban mejor las funciones de densidad de probabilidad (pdf) Beta y Gamma, que para AMU ninguna con alta precisión, pero que la Normal y la Log-

Normal logran representar su forma y para AFU, la Gamma y la Log- Normal. Para AFU, sólo las pdfs Normal y Log-Normal logran calcular un valor de PSP y en consecuencia de K.

Tabla 2 Funciones de los Parámetros de Tamaño de Poro, PSP, [6]

MODELO	PSP
Tubos Capilares	$\int_0^{\infty} x^2 f(x) dx \quad (2)$
Tubos capilares tortuosos	$\frac{1}{\left[ \int_0^{\infty} x^2 f(x) dx \right]^2 \int_0^{\infty} \frac{f(x)}{x^6} dx} \quad (3)$
Radio Hidráulico	$\frac{1}{\left[ \sum_i \frac{f(x_i)}{x_i} \right]^2} \quad (4)$
García – Bengochea	$\int_0^{\infty} x^2 f(x) dx \quad (5)$
Childs and Collins George	$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \tilde{x}^2 f(x_i) f(x_j) dx_i dx_j \quad (6)$
Childs and Collins George – Marshall	$\sum_i^n \sum_j^n \tilde{x}^2 f(x_i) f(x_j) \quad (7)$
Capilaridad equivalente	$E(x^2) = \mu^2 + \sigma^2 \quad (8)$
Juang & Holtz	$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \tilde{x}^2 G(x_j) f(x_i) f(x_j) dx_i dx_j \quad (9)$

Comparando los valores K medidos en laboratorio con los obtenidos con estas estimaciones, se concluye que sólo un método, el de *Juang & Holtz* para una pdf Log-Normal, calcula con el mismo orden de magnitud. Para AMU, usando una pdf Log-Normal los métodos de *Childs and Collins – George*, la modificación de *Marshall* y el método de Capilaridad Equivalente, hacen una estimación correcta del orden de magnitud de la conductividad hidráulica. También es claro que sólo las pdfs Normal y Log-Normal presentan valores estimados de conductividad. Los métodos de *Childs and Collins – George* y el de *Childs and Collins – George – Marshall* presentan muy buenas estimaciones de los valores de conductividad hidráulica. Por último, para ADG, al igual que para AMU, los métodos de *Childs and Collins – George (CCG)* y la modificación de *Marshall (CCGM)* y el de *Juang & Holtz* hacen una predicción de la conductividad

hidráulica en el mismo orden de magnitud. El método de capilaridad equivalente, para una pdf Log Normal, también hace una buena predicción. La diferencia con AMU es que presenta un mejor ajuste con mayor tipo de pdfs. Los métodos de tubos capilares, tubos capilares tortuosos, radio hidráulico y de *García-Bengochea* no presentan ninguna estimación acertada en el orden de magnitud de las conductividades hidráulicas medidas.

#### 4. Discusión

Los valores estimados y los medidos en laboratorio con el ensayo tradicional de carga constante están dentro del intervalo para arenas sueltas y limpias. Estos suelos poseen una conductividad hidráulica entre  $10^{-6}$  y  $10^{-2}$  m/s [7]. La conductividad hidráulica muestra una variabilidad natural errática que difícilmente puede ser representada por funciones determinísticas. A esta variabilidad hay que añadir la variabilidad inducida por los métodos empleados para su determinación [15], por lo que la medición de la conductividad hidráulica mediante el ensayo de carga hidráulica constante, puede estimar incorrectamente el valor real de la conductividad hidráulica, mientras que la interpretación estadística de los parámetros hidrogeológicos, como la conductividad hidráulica, tiene la clara ventaja que permite estudiar su incertidumbre, y por tanto, la de las predicciones obtenidas con base en los mismos.

El modelo de *Childs and Collins – George – Marshall* es el que mejor se comporta para las tres arenas limpias y sueltas analizadas. La función de densidad de tamaño de poros presenta un mejor ajuste en términos generales a una distribución Log-normal, lo cual corrobora la literatura [9, 10 y 15]. Es recomendable hacer un estudio más amplio de la función de interconexión de poros de Juang & Holtz, para tener un mayor fundamento físico de su forma y poder aplicar este método con mayor entereza.

Usualmente el ciclo de intrusión-extrusión permite determinar dos tipos de porosidad: la primera que llena los poros que están interconectados, determinando la distribución de la porosidad total; y la segunda que define la porosidad no restringida, es decir la porosidad interagregados. El porosímetro de mercurio utilizado en el presente proyecto sólo permite el primer ciclo, y por tal motivo solo se utilizaron arenas sueltas, las cuales no poseen porosidad no restringida. Otros ensayos realizados en muestras de mezcla de arena y caolín [6], presentan sólo una idea de la forma de la distribución de tamaños de poros, pero no valoran correctamente la densidad de tamaños, pues no es capaz de brindar mayor presión para alcanzar tamaños menores de poros. Inclusive, los resultados entregados por el porosímetro de mercurio del IGAC, no son suficientes para determinar toda la porosidad de las muestras, por lo que es necesario hacer unas correcciones para alcanzar las porosidades establecidas durante el proyecto de investigación. Esta corrección es necesaria para determinar cual de las pruebas realizadas a las diferentes probetas es más cercana a la realidad. La corrección distribuye el error proporcionalmente en toda la distribución.

Observando las tres distribuciones de tamaño de poro definidas para las arenas en estudio se concluye que AMU tiene un tamaño predominante de poros y poca cantidad de poros de tamaños menores o mayores. AFU no tiene tan marcada esta tendencia pero si presenta una leve intención de comportamiento bimodal, debido muy posiblemente al efecto de los poros de sinter de las probetas de ensayo. ADG presenta una variedad mayor de poros, pero sobretodo menores que el tamaño medio de poros. Estás

tendencias dan una idea de que las mejores PSD se han obtenido para ADG, y tal vez esto concuerde con el acierto de mayor tipo de modelos en la estimación de la conductividad hidráulica saturada. Al comparar las PSD obtenidas por intrusión de mercurio, MIP, con las estimadas de las curvas de retención de agua, CRA, se observa que: AFU presenta un tamaño medio menor que AMU y ADG, y que el tamaño medio de AMU y ADG es muy similar. Igualmente puede comprobarse que AMU presenta una PSD con un valor modal de tamaño de poros que agrupa gran cantidad de los poros presentes en esta arena.

Las PSD de AMU y ADG estimadas a partir de CRA o medidas por MIP, presentan una concordancia muy alta en forma, pero solo ADG en tendencia. La tendencia de AFU, muestra que presenta mayor cantidad de poros pequeños que tal vez no han sido medidos mediante la intrusión de mercurio. Estos errores pueden atribuirse a la calibración de los equipos del IGAC, que se comprueban al realizar mediciones de la porosidad de las muestras en el pentapicnómetro. Los resultados están muy por encima de los valores esperados y de los medidos en el laboratorio de suelos de la Universidad. Estos motivos no son suficientes para desechar el uso de la MIP en Colombia como indicador de la PSD de un suelo, ya que la MIP tiene grandes ventajas. Dentro de éstas se destacan que el mercurio es un fluido que no moja el suelo y por lo tanto no reacciona con el mismo ni produce cambios volumétricos inesperados. Revisando la influencia de los finos en la PSD de las arenas estudiadas se nota que para ADG que para contenidos alrededor del 30% de caolín, la densidad de tamaños de poros es bimodal. Para AMU, está tendencia se notó para contenidos superiores al 20% de caolín, mientras que para AFU, está tendencia no se alcanza a notar con los experimentos realizados.

## 5. Conclusiones

La medición tradicional de la conductividad hidráulica mediante el ensayo de carga hidráulica constante presenta inconvenientes que pueden ser causa de una estimación errónea del valor real de la conductividad. Dentro de estos problemas se destacan la presencia de regímenes de flujo turbulentos, que van en contra de los principios y suposiciones básicas de la ley de *Darcy*, este problema se presenta especialmente en AFU y AMU.

También es de notarse que al contrario de lo que se podría esperar, la conductividad hidráulica medida, es menor para las muestras de mayor tamaño de partícula que para las de menor. Esto contradice lo que usualmente es presentado en la literatura, y posiblemente es explicado por las variaciones del régimen de flujo presentadas durante el ensayo, pero con resultados encontrados puede que estos valores sean válidos.

Con respecto a la porosidad, si se encuentra la relación esperada, la cual indica que la conductividad hidráulica depende directamente de la porosidad. Éste es un muy buen indicador de que una modelación de la conductividad hidráulica basada en la PSD, tendría buenos resultados. Se comprobó que los suelos con partículas más grandes presentan poros más pequeños, y viceversa, por lo que la porosidad de AMU es menor que la de AFU, y por lo tanto la conductividad hidráulica de AMU es menor que la de AFU.

En términos generales se puede concluir que las arenas con una distribución de tamaños uniforme, presenta una PSD uniforme, y una tendencia a tener concentrados la totalidad de sus poros en un único



tamaño, donde las medidas de tendencia central (moda, mediana y media) sean casi la misma, y además los diámetros presenten una desviación estándar muy pequeña. Suceso contrario presentan los suelos con PSD más amplia, donde se presentan gran amplitud de tamaños de poros, como es el caso de ADG.

El porosímetro de mercurio del IGAC permite mediciones limitadas del tamaño de poros. Por tal motivo realizar el ajuste de las PSD medidas distribuyendo el error en las densidades de tamaños de poros encontradas, hace que estas curvas presenten algunas incongruencias con las estimadas a partir de CRA, que si son capaces de presentar una medición de todos los tamaños de poros presentes en las arenas.

Al realizar el estudio de inferencia estadística y la estimación de los parámetros de tamaño de poros, PSP, de cada arena se llegó a la conclusión que la función de probabilidad que mejor ajusta la PSD y la función de densidad de tamaño de poros, pdf, es la de tipo LOG-NORMAL, aunque los valores numéricos de los momentos pueden diferir ampliamente de los de la función de probabilidad por el tipo de muestra utilizada y por no tener en cuenta otros momentos como el tercero y mayores.

El uso de los métodos basados en capilaridad equivalente o radio hidráulico equivalente, tiene algunos inconvenientes causados por las suposiciones de los modelos, como la de que el medio es isótropo, del cual ya se tiene certeza que no lo es, como conclusión del análisis de la tortuosidad en las secciones delgadas longitudinales y transversales de las arenas [11, 12].

El conocimiento determinístico de la hidrogeología de un sitio es un estado que raramente –si se logra– se encuentra. Los modelos tradicionales usan conceptos determinísticos basados en condiciones difíciles de entender, e implican gran cantidad de conjeturas y especulación. El determinismo existe sólo si la incertidumbre y la ambigüedad son inevitables [14] y como no lo son, estas últimas deben ser estudiadas y entendidas de alguna manera.

Al analizar todas las complicaciones presentes en la medición de los parámetros necesarios para el desarrollo de las estimaciones realizadas, se hace necesario la utilización de modelos estocásticos que valoren la incertidumbre presente, y el uso de estadísticos que representen espacio de poros aleatoriamente distribuido.

Existen dos tipos de incertidumbre presentes: la variabilidad intrínseca y la incertidumbre epistémica. La primera es inherente a la naturaleza y a la variabilidad aleatoria de propiedades y de efectos ambientales, la cual no puede ser despreciada. La segunda es debida a la insuficiencia del conocimiento que obliga a simplificar y utilizar modelos con escasez de datos [14, 15].

Dentro de las muchas incertidumbres asociadas al modelo, se encuentra que la distribución de volúmenes de poros es parametrizada en los radios, medio y efectivo de los poros conectados, los cuales son en teoría, los intruidos, asumiendo además que los poros son circulares, y que estos son muy pequeños para que la interfase líquido–vapor de mercurio tenga presencia.

Todos estos argumentos fortalecen el planteamiento del modelo estocástico para la estimación de la conductividad hidráulica en suelos, ya que se resuelve el problema dentro de un marco probabilístico, para tratar la incertidumbre de una manera racional.

El modelo que mejor ajusta los valores de conductividad hidráulica es el de Childs and Collins – George (CCG), aunque el modelo de Juang & Holtz (JH) presenta estimaciones cercanas. El modelo JH

puede ser mejorado si se realiza un estudio más detallado de la incertidumbre de la función de conectividad. Para esto es necesario el uso de otras técnicas como la de análisis con microscopio electrónico y verificar la conectividad de poros, para plantear esta función con más fundamento, que simplemente asumirla como una función gaussiana.

### Agradecimientos

*A nuestros pupilos Nidia Barrera, José Muñoz, Carlos Niño y Rubén Tovar por su valiosa colaboración para el desarrollo del proyecto de investigación "Comportamiento Mecánico de Suelos Parcialmente Saturados. Etapa I. Flujo". También agradecemos a COLCIENCIAS (Programa de Formación de Jóvenes Investigadores) y la financiación realizada por la División de Investigación de la Sede Bogotá, así como de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Colombia. Las arenas ensayadas fueron cortesía de SIKA Andina S.A. y las pruebas de Intrusión de Mercurio se realizaron en el Laboratorio de Física de Suelos del IGAC.*

### Referencias

- [1] N. E. Barrera y J. A. Muñoz, "Análisis de la influencia de la distribución de tamaño de partículas en la conductividad hidráulica de arenas limpias", Trabajo de grado de Ingeniería Civil. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá D.C., Colombia, 2003.
- [2] N. E. Barrera N. E. J. A. Muñoz, J. E. Colmenares y L. D. Donado, "Análisis de la influencia de la distribución de tamaño de partículas en la conductividad hidráulica de arenas limpias". XI jornadas geotécnicas de la ingeniería en Colombia y V Foro de geotecnia de la Sabana de Bogotá. Bogotá, Octubre, 2003.
- [3] J. Bear, "Dynamics of fluids in porous media". Dover Publications, Inc. New York, USA, 1972
- [4] V. T. Chow, D. R. Maidment y L. W. Mays, L. W. "Hidrología Aplicada", McGraw Hill, Santafé de Bogotá, Colombia, 1994.
- [5] J. E. Colmenares, "Suction and volume changes of compacted sand-bentonite mixtures". PhD Thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine, University of London, London, United Kingdom, 2002.
- [6] L. D. Donado, "Modelo de conductividad hidráulica en suelos". Tesis de Maestría en Ingeniería – Recursos Hidráulicos. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia, 2004.
- [7] R. A. Freeze and J. A. Cherry, "Groundwater", Prentice Hall, Inc. N.J., USA, p. 29, 1979.
- [8] I. García-Bengochea, C. W. Lovell and A. G. Altschaeffl, "Pore distribution and permeability of silty caliz", *Journal of the geotechnical engineering division. ASCE*. **105**(GT7), 839 – 856, 1979.
- [9] C. H. Juang and R. D. Holtz, "Fabric, pore size distribution, and permeability of sandy soils". *Journal of the geotechnical engineering division. ASCE*. Vol. **112**, No. 9: 855-868, 1986.
- [10] C. H. Juang and R. D. Holtz, "A probabilistic permeability model and the pore size density function", *International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics*. Vol. **10**, p. 543-553, 1986.
- [11] A. Nemes, M. G. Schaap and F. J. Leij, "UNSODA". USDA – ARS. Salinity Laboratory. Riverside, CA, USA, 1999.
- [12] C. J. Niño y R. D. Tovar, "Aplicación de la geometría fractal en el análisis de la conductividad hidráulica de suelos granulares", Trabajo de grado de Ingeniería Civil. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá D.C., Colombia, 2003.
- [13] C. J. Niño, R. D. Tovar y J. E. Colmenares, "Modelo de tubos capilares modificado en función de la dimensión fractal, para el cálculo de la conductividad hidráulica de arenas limpias", XI jornadas geotécnicas de la ingeniería en Colombia y V Foro de Geotecnia de la Sabana de Bogotá. Bogotá, Octubre, 2003
- [14] Y. Rubin, "Applied stochastic hydrogeology", Oxford University Press, New York, USA, 2003.
- [15] F. J. Samper y J. Carrera, "Geoestadística", Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, UPC, Barcelona, España, 1990.